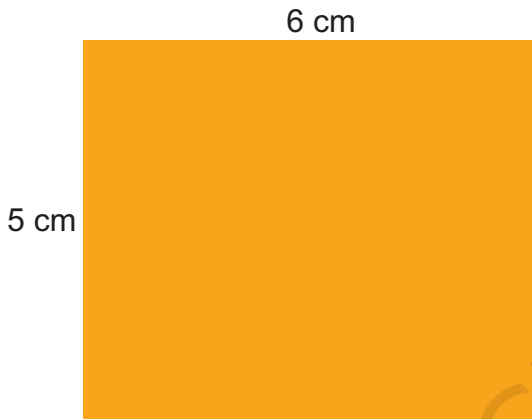
क्षेत्रफल और घेरा

आम पापड़

पार्थ और गिनी ने एक दुकान से आम पापड़ खरीदा।

उनके टुकड़े कुछ ऐसे दिखते थे।

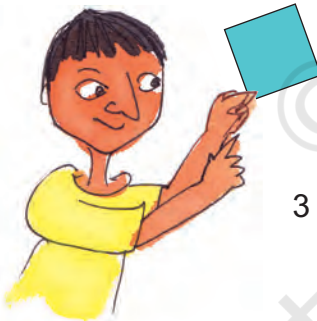
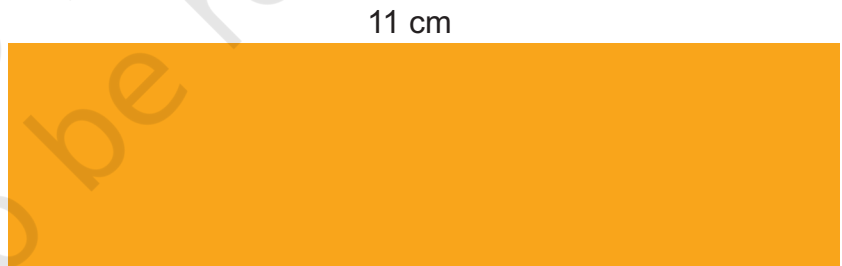
6 cm

5 cm

'अ' टुकड़ा

दोनों यह समझ नहीं पा रहे थे कि किसका टुकड़ा बड़ा है।

❋ कुछ ऐसे तरीके सुझाओ जिससे यह पता चल सके कि किसका टुकड़ा बड़ा है। अपने दोस्तों से चर्चा करो।

पार्थ और गिनी के दोस्त ने यह तरीका बताया।

11 cm

3 cm

'ब' टुकड़ा

'अ' टुकड़े की लंबाई 6 सेंटीमीटर है।

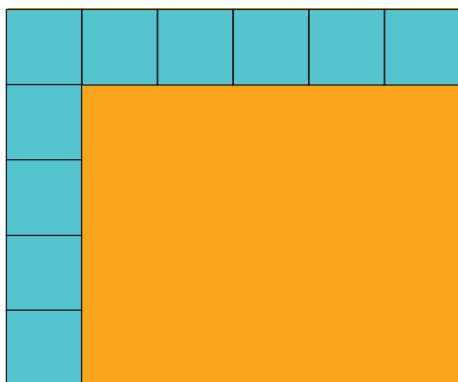
इसलिए इसकी लंबाई में एक-एक सेंटीमीटर के 6 वर्ग लगाए जा सकते हैं।

'अ' टुकड़े की चौड़ाई 5 सेंटीमीटर है।

इसलिए इसकी चौड़ाई में एक-एक सेंटीमीटर के 5 वर्ग लगाए जा सकते हैं।

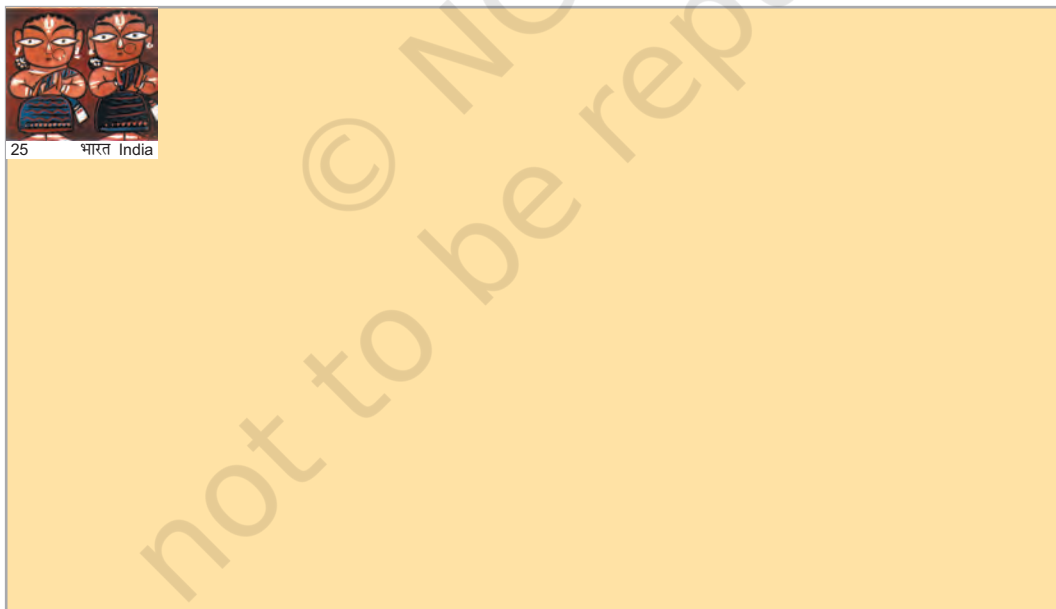
* इस पर कुल कितने वर्ग बनाए जा सकते हैं? ________

* इसलिए 'अ' टुकड़े का क्षेत्रफल = ________ वर्ग सेंटीमीटर

'अ' टुकड़ा

* इसी तरह 'ब' टुकड़े का क्षेत्रफल पता करो।

* किसका टुकड़ा ज़्यादा बड़ा है? कितना ज़्यादा?

डाक टिकट से ढको

इस डाक टिकट का क्षेत्रफल 4 वर्ग सेंटीमीटर है। अंदाज़ा लगाओ, इस बड़ी आयत को ढकने के लिए ऐसे कितने डाक टिकट चाहिएँ।

बच्चों को इसके लिए प्रेरित करें कि वे पहले क्षेत्रफल की तुलना करने के अलग-अलग तरीकों पर चर्चा करें, जैसे कि अलग-अलग टोकनों, डाक टिकट आदि के उपयोग से। कक्षा IV में उन्होंने खाने गिनकर अनियमित (irregular) आकृतियों की तुलना की थी। आयतों के लिए, वे भुजाएँ नाप कर देख सकते हैं कि 1 cm भुजा के कितने वर्ग उसमें फिट हो सकते हैं।

अपने अंदाज़े की जाँच करो

क) पीली आयत को मापो। यह ________ सेंटीमीटर लंबी है।

ख) इसकी लंबाई में कितने डाक टिकट लगाए जा सकते हैं? ________

ग) आयत की चौड़ाई कितनी है? ________ सेंटीमीटर

घ) इसकी चौड़ाई में कितने डाक टिकट लगाए जा सकते हैं? ________

ङ) पूरी आयत को ढकने के लिए कितने डाक टिकटों की ज़रूरत पड़ेगी? ________

च) तुम्हारा अंदाज़ा कितना सही था? चर्चा करो।

छ) आयत का कुल क्षेत्रफल कितना है? ________ वर्ग सेंटीमीटर

ज) आयत का परिमाप क्या है? ________ सेंटीमीटर

अभ्यास का समय

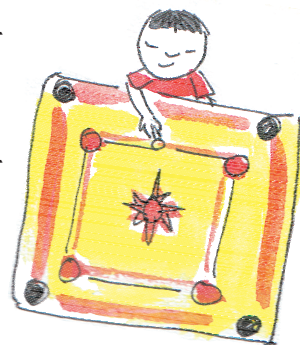
क) अरबाज़ ने अपनी रसोई के फ़र्श पर हरी वर्गाकार टाइलें लगवाने की सोची है। टाइल का हर किनारा 10 cm का है। उसकी रसोई 220 cm लंबी और 180 cm चौड़ी है। उसे कितनी टाइलों की ज़रूरत पड़ेगी?

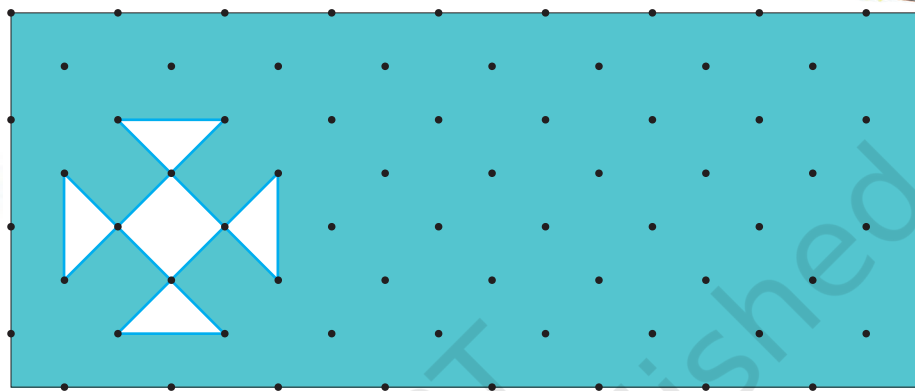
ख) एक वर्गाकार बगीचे की बाड़ की लंबाई 20 मीटर है। बगीचे की एक साइड कितनी लंबी होगी?

ग) 20 cm लंबे एक पतले तार से एक आयत बनाई गई है। अगर आयत की चौड़ाई 4 cm है तो उसकी लंबाई कितनी होगी?

'अनुमान लगाने और जाँचने' की गतिविधि अन्य वस्तुओं की मदद से कक्षा में ही की जा सकती है। उदाहरण के लिए गणित की किताब पर कितने पोस्टकार्ड रखे जा सकते हैं, कितने चार्टों से कक्षा की दीवारें ढक जाएँगी, आदि। छात्रों से कहें कि वे जहाँ तक हो सके, चीज़ों पर टाइलें लगाकर अपने अनुमान को चैक करें। एक बार वे अनुमान लगाना सीख जाएँ और उत्तर के आसपास पहुँचने लगे तब उनसे कहें कि वे वर्ग सेंटीमीटर में अनुमान लगाएँ।

घ) एक चौकोर कैरमबोर्ड का परिमाप 320 cm है। उसका क्षेत्रफल कितना है?

ङ) इस तिकोनी टाइल जैसी कितनी टाइलें सफ़ेद डिज़ाइन में समा सकती हैं?

यह तिकोन cm वर्ग का आधा है।

डिज़ाइन का क्षेत्रफल = ________ वर्ग cm

✻ 4 और 6 वर्ग cm क्षेत्रफल वाले अपने डिज़ाइन बनाओ।

च) सान्या, आरूषि, मानव और कबीर ने ग्रीटिंग कार्ड बनाए। नीचे दी गई कार्डों की तालिका को पूरा करो।

किसका कार्ड	*लंबाई*	*चौड़ाई*	*परिमाप*	*क्षेत्रफल*
सान्या	10 cm	8 cm		
मानव	11 cm		44 cm	
आरूषि		8cm		80 वर्ग cm
कबीर			40 cm	100 वर्ग cm

मेरी बैल्ट सबसे लंबी!

एक मोटा कागज़ का टुकड़ा लो, जिसकी लंबाई 14 cm और चौड़ाई 9 cm हो। तुम एक पुराना पोस्टकार्ड भी इस्तेमाल कर सकते हो।

✻ इसका क्षेत्रफल कितना है? इसका परिमाप क्या है?

✻ अब इसमें से एक जैसे माप वाली पट्टियाँ काटो।

टेप का प्रयोग करते हुए इन पट्टियों को जोड़कर बैल्ट बनाओ।

- तुम्हारी बैल्ट कितनी लंबी है? _____
- तुम्हारी बैल्ट का परिमाप कितना है? _____
- कक्षा में सबसे लंबी बैल्ट किसकी है? _____

चर्चा करो

- तुम्हारे कुछ दोस्तों की बैल्ट दूसरों से लंबी क्यों बनी?
- क्या तुम्हारी बैल्ट का कुल क्षेत्रफल पोस्टकार्ड के क्षेत्रफल के बराबर है? क्यों?
- अगली बार ज़्यादा लंबी बैल्ट बनाने के लिए तुम क्या करोगे?

देखो! मैं पोस्टकार्ड में से निकल सकता हूँ। मैंने बिना पट्टियाँ काटे एक फंदा तैयार किया है।

पहेली : पोस्टकार्ड में से निकलना

क्या तुम पोस्टकार्ड काटने का कोई ऐसा तरीका सोच सकते हो जिससे कि तुम उसमें से निकल सको? (फ़ोटो देखो) बहुत सोचने के बाद अभी भी अगर जवाब नहीं सूझा तो इसका उत्तर आगे ढूँढ़ो।

बैल्ट वाली गतिविधि का उद्देश्य यह समझाना है कि समान क्षेत्रफल वाली चीज़ों की अलग आकृति तथा अलग परिमाप हो सकता है। इस गतिविधि में भुजाओं को नापते हुए mm में आने वाली लंबाई का सन्निकटन करें।

हर तरफ़ लोग ही लोग

क) तुम यह खेल एक मैदान में खेल सकते हो।

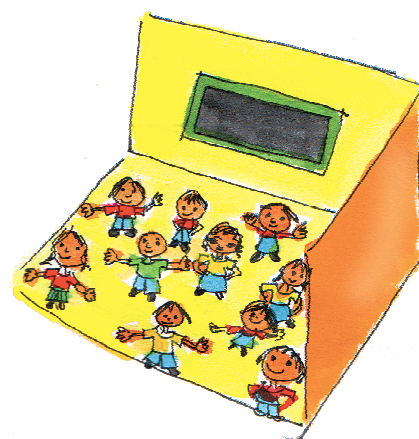
एक वर्ग मीटर के दो वर्ग बनाओ।

अपनी कक्षा को दो भागों में बाँट लो। हम खेलने के लिए तैयार हैं।

अपनी-अपनी टोली में करके देखें –

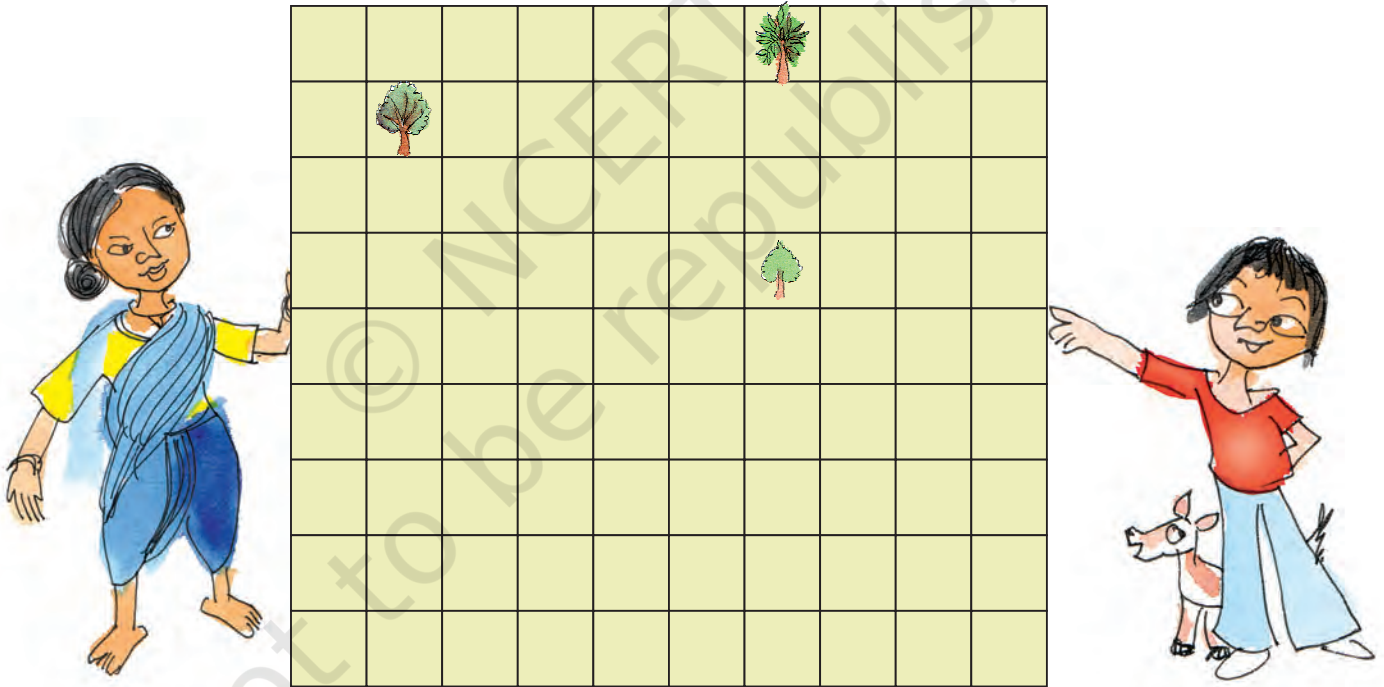
- तुममें से कितने एक वर्ग मीटर में बैठ सकते हो? _______
- कितने उसमें खड़े हो सकते हो? _______
- कौन-सी टीम ज़्यादा बच्चों को अपने उस वर्ग में खड़ा कर सकी? कितने बच्चे? _______
- कौन-सी टीम ज़्यादा बच्चों को अपने वर्ग में बिठा पाई? कितने बच्चे? _______

ख) अपनी कक्षा के फ़र्श की लंबाई को मीटर में नापो। चौड़ाई भी नापो।

- तुम्हारी कक्षा के फ़र्श का क्षेत्रफल क्या है? ______ वर्ग मीटर
- तुम्हारी कक्षा में कितने बच्चे हैं? ______
- इसलिए एक वर्ग मीटर में कितने बच्चे बैठ सकते हैं? _______
- तुम्हें क्या लगता है, अगर आराम से घूम-फिर पाना चाहें तो एक वर्ग मीटर में कितने बच्चे होने चाहिएँ? _______

क्या तुम सोच सकते हो कि 1 किलोमीटर का वर्ग कितना बड़ा होगा! उसका क्षेत्रफल _____ वर्ग km होगा। सोचो उसमें कितने लोग रह पाएँगे।

पश्चिम बंगाल में लगभग 900 लोग एक वर्ग km में रहते हैं। लेकिन अरुणाचल प्रदेश में अकेलापन लगता है। मुश्किल से 15 लोग एक वर्ग km में रहते हैं।

बाँटो ज़मीन को

नसरीना एक किसान है जो अपनी ज़मीन को अपने तीन बच्चों चुमकी, झुमरी और इमरान के बीच बराबर बाँटना चाहती है। वह ज़मीन को इस तरह बाँटना चाहती है कि हरेक के हिस्से में एक-एक पेड़ आ जाए। उसकी ज़मीन कुछ इस तरह दिखती है :

❋ क्या तुम ज़मीन को बराबर हिस्सों में बाँट सकते हो? करके दिखाओ कैसे बाँटोगे। याद रखो कि हरेक को एक पेड़ मिलना चाहिए। हर बच्चे की ज़मीन को अलग रंग से रँगो।

हम बच्चों से यह अपेक्षा नहीं करते कि वे वर्ग मीटर और वर्ग km को एक दूसरे में परिवर्तित कर पाएँ। अभ्यास 'ख' का उद्देश्य है, वर्ग मीटर और वर्ग km कितने बड़े या छोटे हैं, इसका अनुभव कराना।

❋ अगर इस चित्र में बने हर छोटे वर्ग को 1 वर्ग मीटर के बराबर मान लिया जाए, तो हर बच्चे के हिस्से में कितनी ज़मीन आएगी? ________ वर्ग मीटर।

चुमकी, झुमरी और इमरान को बाड़ लगाने के लिए तार चाहिए।

❋ किसको बाड़ के लिए सबसे ज़्यादा तार की ज़रूरत पड़ेगी? ________

❋ तीनों को कुल मिलाकर कितने तार की ज़रूरत पड़ेगी? __________

अभ्यास का समय

अ) तालिका को देखो। अगर तुम्हें हर चीज़ का क्षेत्रफल लिखना हो, तो तुम किस कॉलम को चुनोगे? सही (✓) का निशान लगाओ।

	वर्ग cm	वर्ग metre	वर्ग km
रुमाल	✔		
साड़ी			
तुम्हारी किताब का पन्ना			
स्कूल की ज़मीन			
एक शहर की कुल ज़मीन			
कक्षा का दरवाज़ा			
कुर्सी का आसन			
श्यामपट्ट			
भारत का झंडा			
ज़मीन जिस पर कोई नदी बहती है			

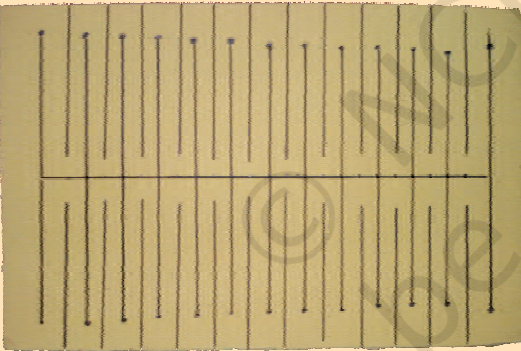
ब) 9 वर्ग cm का एक वर्ग बनाओ। उस पर A लिखो।

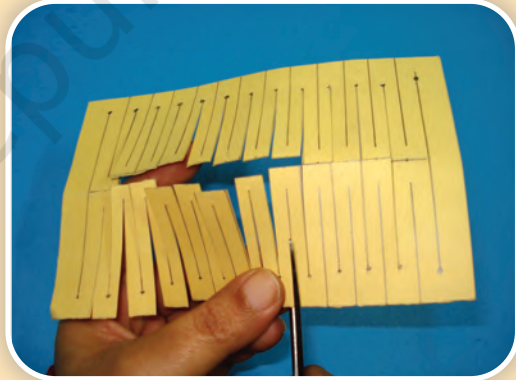
एक और वर्ग बनाओ जिसका किनारा पहले से दोगुना हो। उस पर B लिखो।

उत्तर दो–

1. वर्ग A का परिमाप __________ cm है।
2. वर्ग B की एक भुजा (साइड) __________ cm है।
3. वर्ग B का क्षेत्रफल __________ वर्ग cm है।
4. वर्ग B का क्षेत्रफल वर्ग A से __________ गुना ज़्यादा है।
5. वर्ग B का परिमाप __________ cm है।
6. वर्ग B का परिमाप वर्ग A से __________ गुना ज़्यादा है।

उत्तर–पोस्टकार्ड में से निकलना (पृष्ठ 150)

1.

एक पोस्टकार्ड पर इस तरह रेखाएँ बनाओ।

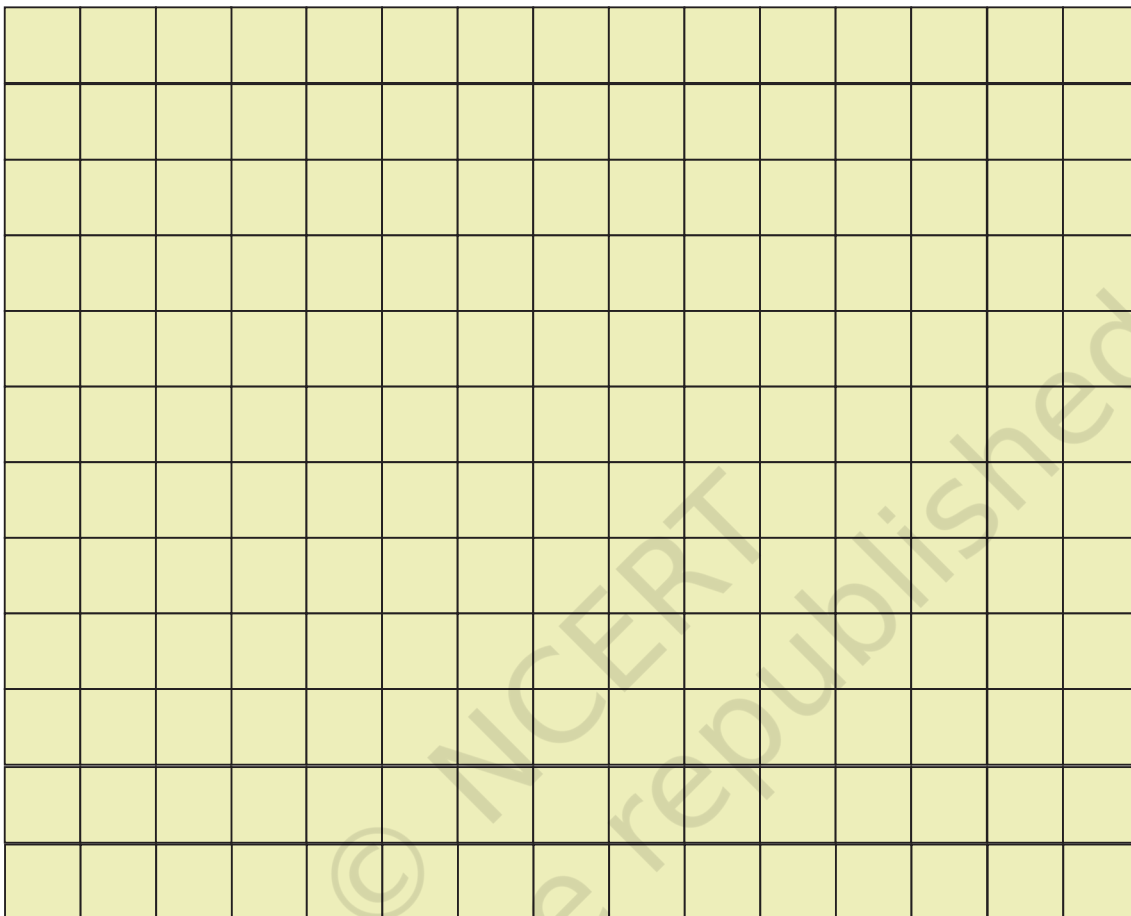
2.

पोस्टकार्ड को केवल रेखाओं पर से काटो।

3.

तो क्या तुम इसमें से निकल सकते हो!

* क्या तुम्हें इस फंदे का क्षेत्रफल पता है? __________

धागे का खेल

एक 15 cm लंबा धागा लो। इस कागज़ पर उसके कोनों को मिलाकर अलग-अलग आकृतियाँ बनाओ।

क) किस आकृति का क्षेत्रफल सबसे बड़ा है? कितना है? _______

उस आकृति का परिमाप कितना है? _______

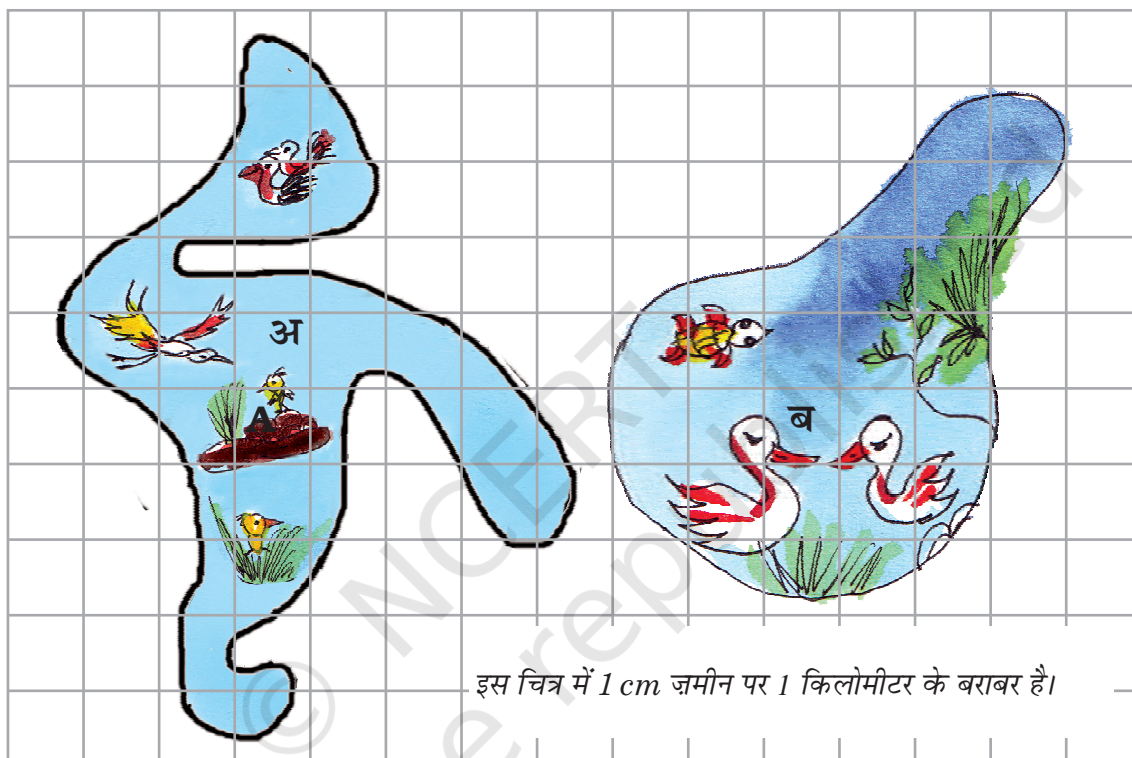
ख) किस आकृति का क्षेत्रफल सबसे छोटा है? कितना है? _______

उस आकृति का परिमाप कितना है? _______

एक त्रिभुज, वर्ग, आयत और वृत्त बनाओ। पता करो कि किस आकृति का क्षेत्रफल सबसे बड़ा है और किसका सबसे छोटा।

चिड़ियों को बचाओ

गाँव के किनारे दो सुंदर तालाब हैं। इन दोनों ही तालाबों में लोग नौका विहार करने और पिकनिक के लिए आते हैं। गाँव वालों को चिंता है कि मोटरबोट की आवाज़ से चिड़ियाँ अपना घोंसला बनाने के लिए नहीं आएँगी। गाँव की पंचायत चाहती है कि सिर्फ़ एक तालाब में ही नावों को चलाया जाए और दूसरे तालाब को चिड़ियों के लिए सुरक्षित रखा जाए।

इस चित्र में 1 cm ज़मीन पर 1 किलोमीटर के बराबर है।

क) चित्र में तालाब 'अ' के घेरे की लंबाई कितने cm है? ____________ (धागे का उपयोग करो)

ख) चित्र में तालाब 'ब' के घेरे की लंबाई कितनी है?

ग) ज़मीन पर तालाब 'अ' का घेरा कितने किलोमीटर लंबा है?

घ) ज़मीन पर तालाब 'ब' का घेरा कितने किलोमीटर लंबा है?

ङ) ज़्यादा लंबे किनारे वाला तालाब ज़्यादा चिड़ियों को अंडे देने में सहायता करता है। कौन सा तालाब चिड़ियों के लिए बचाकर रखा जाए? किस तालाब को मोटरबोट चलाने के लिए सुरक्षित रखना चाहिए?

च) पता करो कि चित्र में तालाब 'ब' का क्षेत्रफल (वर्ग cm में) कितना है। इसका असली क्षेत्रफल कितने वर्ग किलोमीटर है?

राजा की कहानी

एक राजा अपने बढ़ई चेगू और अनार से बहुत खुश था। उन्होंने राजा के लिए एक बहुत बड़ा और सुंदर पलंग बनाया। खुश होकर राजा चेगू को कुछ भूमि देना चाहता था और कुछ सोना अनार को।

चेगू बहुत खुश था। उसने 100 मीटर तार लिया और अलग-अलग आयतें बनाईं।

उसने 10 मीटर × 40 मीटर की आयत बनाई। इसका क्षेत्रफल 400 वर्ग मीटर था।

फिर उसने 30 मीटर × 20 मीटर की आयत बनाई।

* इसका क्षेत्रफल कितना है? क्या यह पहली आयत से ज़्यादा है?

वाह! मुझे तो यही ज़मीन का टुकड़ा चाहिए। इसका क्षेत्रफल 800 वर्ग मीटर है।

* 100 मीटर तार से वह और कौन-सी आयतें बना सकता है? चर्चा करो कि कौन-सी आयत का क्षेत्रफल सबसे ज़्यादा होगा?

छेगू की पत्नी ने उसे तार से गोला (वृत्त) बनाने को कहा। वह जानती थी कि इसका क्षेत्रफल 800 वर्ग मीटर है।

* चेगू ने किसी आयत को क्यों नहीं चुना? समझाओ।

ठीक है! चेगू ने 800 वर्ग मीटर ज़मीन ली है। अनार, अब मैं तुम्हें उतना सोने का तार दूँगा जिससे 800 वर्ग मीटर क्षेत्रफल की ज़मीन का घेरा बना सको।

अनार ने अलग-अलग तरीकों से 800 वर्ग मीटर ज़मीन का घेरा बनाने की कोशिश की।

* उसने अलग-अलग आकार की आयतें बनाईं। हर आयत के घेरे की लंबाई पता करो। इन आयतों के लिए उसे कितने सोने का तार मिलेगा?

A   40 m × 20 m

A के लिए सोने का तार = ______ मीटर

B   80 m × 10 m

B के लिए सोने का तार = ______ मीटर

C   800 m × 1 m

C के लिए सोने का तार = ______ मीटर

फिर अनार ने उससे भी लंबी एक आयत बनाई... देखो कितनी लंबी!

D

8000 m × 0.1 m

इसलिए उसे मिलेगा ________ मीटर सोने का तार!!

ओफ, मैं इतना सोना कैसे दे पाऊँगा?

अब समझो कि राजा क्यों बेहोश हो गया!!

क्या तुम इससे भी लंबे घेरे वाली आयत बना सकते हो? मैंने 1 cm चौड़ी 80000 मीटर लंबी आयत बनाई। सोचो कि वह घेरा कितना बड़ा होगा। उतने सोने की तार से तो मैं राजा बन जाऊँगा।